

数学 II 計算力チェック

3年_____組_____番 名前_____

1. 積分をせよ。

$$(1) \int_0^{-2} \left(\frac{3}{2}x - 4 \right) dx$$

$$(2) \int_{-2}^2 \left(\frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - 5 \right) dx$$

$$(3) \int_{-3}^2 (2x+1)^2 dx + \int_{-3}^2 (2x-1)^2 dx$$

$$(4) \int_2^3 (x^3 + 2x^2 - 3x) dx - \int_{-1}^3 (x^3 + 2x^2 - 3x) dx$$

11 解答

$$(1) \int_0^{-2} \left(\frac{3}{2}x - 4 \right) dx = \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{2} - 4x \right]_0^{-2} = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{2} + 8 \right) - (0) = 11$$

$$(2) \int_{-2}^2 \left(\frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - 5 \right) dx = \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{2} - 5x \right]_{-2}^2 \\ = \left(4 + \frac{4}{3} - 10 \right) - \left(-4 + \frac{4}{3} + 10 \right) = -12$$

(3) (定積分の性質を利用するとい)

積分の計算式を見ると、積分範囲の上端が 2、下端が -3 と共通なので 2 つの積分をまとめるところから計算を始める。

$$\int_{-3}^2 (2x+1)^2 dx + \int_{-3}^2 (2x-1)^2 dx = \int_{-3}^2 \{(2x+1)^2 + (2x-1)^2\} dx \\ = \int_{-3}^2 \{(4x^2 + 4x + 1) + (4x^2 - 4x + 1)\} dx \\ = \int_{-3}^2 (8x^2 + 2) dx = \left[8 \cdot \frac{x^3}{3} + 2x \right]_{-3}^2 \\ = \left(\frac{64}{3} + 4 \right) - (-72 - 6) = \frac{64}{3} + 82 = \frac{310}{3}$$

(4) (定積分の性質を利用するとい)

第 1 の積分と第 2 の積分では、被積分関数が $x^3 + 2x^2 - 3x$ と共通で、積分範囲もともに上端が 3 で共通なところに注目する。

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx \text{ から、} \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

を用いて整理する。

$$\int_2^3 (x^3 + 2x^2 - 3x) dx - \int_{-1}^3 (x^3 + 2x^2 - 3x) dx \\ = \int_2^3 (x^3 + 2x^2 - 3x) dx + \int_3^{-1} (x^3 + 2x^2 - 3x) dx \\ = \int_2^{-1} (x^3 + 2x^2 - 3x) dx \\ = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_2^{-1} \\ = \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} - \frac{3}{2} \right) - \left(4 + \frac{16}{3} - 6 \right) \\ = \frac{3 - 8 - 18 - 64}{12} + 2 = \frac{-75}{3} = -25$$